11 Режимы шифрования

11.1 Режим простой замены

В *режиме простой замены* использования блочной криптосистемы $F = \{F_K \colon K \in \mathcal{K}\} \subseteq S(\{0,1\}^n)$, открытый текст $X \in \{0,1\}^*$, длина которого кратна n, разбивается на блоки $X_1, X_2, \ldots, X_T \in \{0,1\}^n$: $X = X_1 \parallel X_2 \parallel \ldots \parallel X_T$.

Уравнение зашифрования и расшифрования:

$$Y_t = F_K(X_t), \quad X_t = F_K^{-1}(Y_t), \quad t = 1, 2, \ldots, T.$$

Слово $Y = Y_1 \parallel Y_2 \parallel \ldots \parallel Y_T$ объявляется шифртекстом.

Режим простой замены называют также режимом *электронного кодового блокнота* (ECB, Electronic CodeBook).

Длина слова X может быть не кратной n и требуется организовать обработку последнего (возможно, неполного) блока данных $X_T \in \{0,1\}^m$, $m \leqslant n$. Известны следующие способы такой обработки:

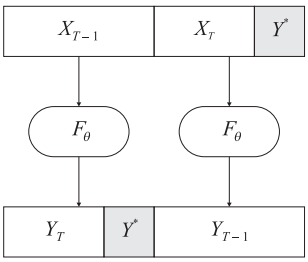
1. Блок X_T дополняется нулями до слова длины n и зашифровывается. Дополнительно зашифровывается блок $X_{T+1} \in \{0,1\}^n$, содержащий представление числа m словом из $\{0,1\}^n$.

2. К блоку X_T дописывается символ 1 (маркер), а затем минимальное число символов 0 до получения слова длины кратной n. Если блок X_T был полным, то будет сформирован дополнительный блок $X_{T+1} = 100\ldots0$, который также зашифровывается. После расшифрования нули и маркер отбрасываются.

3. При $T \geqslant 2$ вычисляется $Y^* = R_{n-m}(F_K(X_{T-1}))$ и устанавливается

$$Y_{T-1} = F_K(X_T \parallel Y^*), \quad Y_T = L_m(F_K(X_{T-1})),$$

где R_k, L_k — операторы взятия правых и левых k двоичных символов соответственно.



Упражнение 11.1. Как должно быть организовано расшифрование в последнем случае? □

В режиме простой замены каждый блок открытого текста обрабатывается отдельно от остальных. В связи с этим возникают, например, следующие угрозы:

1. Перестановка блоков. Виктор располагает форматами банковских документов и переставляет местами блоки с младшими и старшими цифрами суммы платежа.

2. Анализ повторов блоков. Виктор располагает форматами банковских документов и располагает информацией о повторе их блоков. Анализ повторов блоков перехваченного шифртекста позволяет Виктору установить тип документа.

Для преодоления этих недостатков используются другие режимы шифрования.

11.2 Режимы шифрования

В режимах

– CBC (Cipher Block Chaining, цепной обработки, сцепления блоков) и

– CFB (Cipher FeedBack, гаммирования с обратной связью, обратной связи по шифртексту)

результат зашифрования блока X_t зависит от всех предыдущих блоков открытого текста $X_1, \ldots, X_{t-1}$. Уравнения прямого и обратного преобразований в режимах CBC и CFB имеют соответственно вид:

$$Y_t = F_K(X_t \oplus Y_{t-1}), \quad X_t = Y_{t-1} \oplus F_K^{-1}(Y_t),$$
$$Y_t = X_t \oplus F_K(Y_{t-1}), \quad X_t = Y_t \oplus F_K(Y_{t-1}).$$

Здесь Y_0 – некоторый наперед заданный *вектор инициализации* или *синхропосылка*.

Синхропосылка обеспечивает уникальность результатов криптографического преобразования на одном и том же ключе. Синхропосылка является несекретным объектом и может передаваться вместе с зашифрованными данными.

В режимах

– OFB (Output FeedBack, режима обратной связи по выходу) и

– CTR (CounTeR, счетчика)

зависимость от блоков $X_1, \ldots, X_{t-1}$ отсутствует. В данных режимах вырабатывается гамма — последовательность векторов $\Gamma_1, \ldots, \Gamma_T \in \{0,1\}^n$, которая используется как для зашифрования:

$$Y_t = X_t \oplus \Gamma_t,$$

так и для расшифрования:

$$X_t = Y_t \oplus \Gamma_t, \quad t = 1, \ldots, T.$$

В режиме OFB гамма вырабатывается по правилу

$$\Gamma_t = F_K(\Gamma_{t-1}), \quad \Gamma_0 \text{ — синхропосылка.}$$

В режиме счетчика

$$\Gamma_t = F_K(S_t), \quad S_t = \varphi(S_{t-1}), \quad S_0 \text{ — синхропосылка.}$$

Здесь $\varphi\colon \{0,1\}^n \to \{0,1\}^n$ — функция инкремента, которая выбирается так, чтобы обеспечить большой период последовательности S_t. Например, часто используют выбор $S_{t+1} = \varphi(S_t) = S_t \boxplus 1$.

Упражнение 11.2. В режиме OFB используемая подстановка $F_K \in S(\{0,1\}^n)$, должна обеспечивать большой период последовательности Γ_t. Максимально большой период обеспечивает полноцикловая подстановка F_K для которой все элементы $\Gamma_0, \ldots, \Gamma_{2^n-1}$ различаются. Доказать, что среди элементов $S(\{0,1\}^n)$ имеется $(2^n-1)!$ полноцикловых подстановок и, таким образом, вероятность того, что наудачу выбранная F_K окажется полноцикловой равняется 2^{-n}. □

Сравнительные характеристики режимов приведены в следующей таблице.

Свойства	Режимы				
	ECB	CBC	CFB	OFB	CTR
зависимость от $X_1, \ldots, X_{t-1}$	–	+	+	–	–
уникальность синхропосылки[1]	не исп.	+	+	+	+
использование F_K^{-1}	+	+	–	–	–
восстановление после ошибки в шифртексте[2]	+	+	+	+	+
восстановление после ошибки в синхропосылке[3]	не исп.	+	+	–	–
распараллеливание[4]	+	–	–	–	+
«податливость» (malleability)[5]	–	$\mp$	$\pm$	+	+

[1] требуется обеспечивать уникальность синхропосылок. При нарушении требования возможно определение одних блоков открытого текста по шифртексту и другим известным блокам открытого текста;
[2] даже если один из блоков Y_t изменен при передаче, при расшифровании, начиная с некоторого $\tau > t$, будут получены корректные блоки X_τ;
[3] даже если синхропосылка изменена при передаче, при расшифровании, начиная с некоторого τ, будут получены корректные блоки X_τ;
[4] шифрование различных блоков может выполняться одновременно на нескольких процессорах;
[5] контролируемые изменения открытого текста через манипуляции с шифртекстом (негативное свойство).

Упражнение 11.3 ($\star$). В режиме CBC синхропосылка должна быть не только уникальной, но и непредсказуемой. Обосновать данное требование. Предположить, что Виктор может выбирать открытый текст и до своего выбора знает, какая будет использоваться синхропосылка. Виктору требуется проверить, что блок открытого текста X_t, соответствующий перехваченному блоку шифртекста Y_t, совпадает с определенным значением a. □

11.3 Имитозащита

Блочные криптосистемы могут использоваться не только для обеспечения конфиденциальности, но и для контроля целостности сообщений. Для этого по блочной криптосистеме строится *система имитозащиты* $I = \{I_K \colon K \in \mathcal{K}\}$, где $I_K \colon \{0,1\}^* \to \{0,1\}^m$. В англоязычной литературе системы имитозащиты называются также MAC-системами (от Message Authentication Codes).

Алиса вместе с шифртекстом Y отправляет Бобу *имитовставку* $Z = I_K(X)$. Боб получает шифртекст Y' (который может отличаться от Y), находит открытый текст X', вычисляет имитовставку $Z' = I_K(X')$ и сравнивает ее с Z. Если имитовставки различаются, то Боб принимает решение о том, что $Y' \neq Y$ — шифртекст был изменен в канале связи. В противном случае Боб принимает X'.

Детали могут отличаться. Например имитовставка может вычисляться не от открытого текста X, а от шифртекста Y. При этом можно сначала проверить имитовставку, а только затем при успешной проверке выполнить расшифрование.

Рассмотрим два распространенных способа построения систем имитозащиты.

CBC-MAC. Выполняются вычисления, аналогичные вычислениям в режиме CBC:

$$Y_t = F_K(X_t \oplus Y_{t-1}), \quad Y_0 = 0^n.$$

Имитовставкой объявляется слово Y_T.

Пример 11.1. Режим CBC-MAC используется в ГОСТ 28147-89 с некоторыми уточнениями:

- разрешается использовать $T \geqslant 2$ блоков;
- используется $l \leqslant 32$ символов Y_T;
- преобразования F_K являются 16-тактовыми (при зашифровании применяется 32 такта). □

Система Вигмана — Картера. Имитовставка вычисляется по правилу: $Z = f_X(H) \oplus F_K(S)$, где f_X — многочлен над полем $\mathbb{F}_{2^n}$, который определяется по X; $H = F_K(0^n)$ — секретная точка (интерпретируется как элемент $\mathbb{F}_{2^n}$); S — синхропосылка.

Многочлен f_X строится так, что $1 \leqslant \deg f_X \leqslant D \ll M$ и различным сообщениям соответствуют различные многочлены. Например, для $X = X_1 \parallel X_2 \parallel \ldots \parallel X_T$ $(T + 1 \leqslant D)$ многочлен

$$f_X(\lambda) = X_1\lambda^{T+1} + X_2\lambda^T + \ldots + X_T\lambda^2 + X_{T+1}\lambda = ((\ldots(X_1\lambda + X_2)\lambda + \ldots + X_T)\lambda + X_{T+1})\lambda.$$

Здесь X_{T+1} — дополнительный блок, который содержит представление $|X|$.

Использование многочленов такого вида гарантирует, что для случайной секретной точки H и различных X, X' вероятность

$$\mathsf{P}\{f_X(H) = f_{X'}(H)\} = \mathsf{P}\{H \text{ — корень } f_X - f_{X'}\} \leqslant \frac{\deg(f_X - f_{X'})}{2^n} \leqslant \frac{D}{2^n},$$

т.е. невелика. Данный факт позволяет получить обоснование надежности системы Вигмана — Картера.

Значение $f_X(H)$ зашумляется секретным значением $F_K(S)$. Если этого не делать, то по известной имитовставке Z противник может получить H как один из корней полиномиального уравнения $f_X(\lambda) - Z = 0$.

11.4 «Податливость»

Пусть зашифрование блоков открытого текста $X_1, X_2, \ldots$ выполняется в режиме

$$\text{Mode} \in \{\text{ECB}, \text{CBC}, \text{CFB}, \text{CTR}, \text{OFB}, \ldots\}.$$

Пусть в результате зашифрования получены блоки $Y_1, Y_2, \ldots$.

Блоки шифртекста передаются по открытому каналу связи, который контролирует противник. Что произойдет при расшифровании, если противник изменит один из блоков шифртекста? Например, заменит Y_t на $Y'_t = Y_t \oplus \alpha$, $\alpha \neq 0$.

В режиме ECB получатель (Боб) вместо X_t получит $X'_t = F_K^{-1}(Y_t \oplus \alpha)$. Противник не знает K и поэтому, вообще говоря, не знает, как связаны между собой X_t и X'_t. Говорят, что режим не является «*податливым*» — противник не может контролировать изменения в открытом тексте при изменениях в шифртексте.

В режиме CTR Боб вместо X_t получит $X'_t = X_t \oplus \alpha$ (почему?). Противник точно знает, к чему приведет изменение шифртекста. Режим является «податливым».

Очевидно, что «податливость» является отрицательным свойством. Представим себе, что Алиса отправляет Бобу зашифрованную экзаменационную ведомость. Виктор знает формат ведомости, знает поставленные оценки и может «подкрутить» некоторые из них.

В режиме CBC Боб вместо X_t получит $X'_t = F_K^{-1}(Y'_t) \oplus Y_{t-1}$. «Податливости» нет. Но изменение следующего блока открытого текста оказывается под контролем противника:

$$X'_{t+1} = F_K^{-1}(Y_{t+1}) \oplus Y'_t = F_K^{-1}(Y_{t+1}) \oplus Y_t \oplus \alpha = X_{t+1} \oplus \alpha.$$

В таких случаях говорят о частичной «податливости».

Упражнение 11.4. Оценить «податливость» режимов CFB и OFB. □