

52 Код доступа

Задача. Замок чемодана запирается 4-значным десятичным кодом. Цифры кода задаются 4 роторами. Для подбора кода Виктор поворачивает некоторый из роторов либо по часовой стрелке, либо против часовой, увеличивая либо уменьшая на 1 (по модулю 10) цифру ротора. Каждый набранный на роторах код сравнивается с истинным. В случае совпадения замок открывается. В случае несовпадения Виктор может поворачивать роторы и дальше. Может ли Виктор гарантированно открыть замок после 9999 поворотов? Если да, то как он должен действовать. Вначале замок закрыт.



Решение. Задача имеет отношения к кодам Грея, которые изучаются в комбинаторике и теории кодирования. Код Грея — это последовательность всех слов определенной длины в определенном алфавите, в которой соседние слова отличаются только в одном символе. В задаче требуется построить код Грея из слов длины 4 в алфавите $\{0, 1, \dots, 9\}$. Особенностью является дополнительное требование: разность между отличающимися символами соседних слов должна составлять 1 (по модулю 10).

Сразу оговоримся, что код Грея зацикливается. Мы можем начинать с любого слова. Давайте выберем нулевое.

Вот какой способ построения предлагает наш читатель Владимир Палуха.

Установлена комбинация 0000. Начинаем вращать 4-й ротор по часовой стрелке (в сторону увеличения). По достижении каким-либо ротором положения 9 мы поворачиваем ротор слева от него в том направлении, в котором он вращался ранее (если он до этого не вращался, то по часовой стрелке), а сам ротор начинаем вращать в противоположную сторону. При достижении ротором положения 0 мы тоже поворачиваем соседний слева ротор, а этот начинаем вращать по часовой. Если соседний слева ротор сам достиг 9, то мы предварительно поворачиваем его левого соседа в ту сторону, в которую он вращался, а уже потом возвращаемся к текущему ротору и вращению его соседа слева уже в противоположную сторону (когда текущий будет достигать 9 и 0). Получается перебор «змейкой».

Фактически, Владимир Палуха предложил использовать алгоритм Гуана [Dah-Jyh Guan. Generalized Gray codes with applications. Proc. Natl. Sci. Council, Republic of China (A), 22(6):841–848, 1998].

Вот программа на языке Си, которая реализует данный алгоритм в общем случае (N — мощность алфавита, K — число роторов).

```
#define N 10
#define K 4
void GrayGuan ()
{
    int code[K + 1];
    int dir[K + 1];
    int i, k;
    for (i = 0; i <= K; i++)
        code[i] = 0, dir[i] = 1;
    do
```

```
{
    /* print the current code */
    printf("(");
    for (i = K - 1; i >= 0; i--)
        printf (" %d", code[i]);
    printf ("\n");
    /* next code */
    for (i = 0, k = code[0] + dir[0]; k >= N || k < 0;)
        dir[i] = -dir[i], i++, k = code[i] + dir[i];
    code[i] = k;
}
while (i < K);
}
```

□