

10 Поиск вирусов

Задача. Боб проверяет заражение программ на своем компьютере вирусами V_1, \dots, V_n . Как только в проверяемой программе обнаружена сигнатура некоторого из вирусов, Боб помещает эту программу в карантин и переходит к следующей программе. Известно, что программа заражена вирусом V_i с вероятностью p_i независимо от других вирусов. Известно также, что для проверки заражения V_i требуется время t_i . В какой очередности Боб должен проверять сигнатуры вирусов, чтобы среднее время проверки было минимальным?

Решение. Докажем, что Боб должен проверять сигнатуры вирусов в порядке неубывания отношений t_i/p_i .

Пусть \mathcal{V}_i — признак заражения вирусом V_i . Требуется минимизировать среднее время вычисления предиката

$$\mathcal{V}_1 \vee \mathcal{V}_2 \vee \dots \vee \mathcal{V}_n$$

(«программа заражена некоторым из вирусов») или его отрицания

$$\bar{\mathcal{V}}_1 \wedge \bar{\mathcal{V}}_2 \wedge \dots \wedge \bar{\mathcal{V}}_n$$

(«программа не заражена ни одним из вирусов»).

При решении задачи 8 «Генерация ключа» мы доказали, что признаки $\bar{\mathcal{V}}_i$ оптимально вычислять в порядке неубывания отношений

$$\frac{t_i}{1 - \mathbf{P}\{\bar{\mathcal{V}}_i = 1\}} = \frac{t_i}{p_i},$$

что и требовалось доказать. □